



## USO DE *SOFTWARES* EDUCATIVOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: CASO DO *GEOGEBRA* NO CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS IRREGULARES ATRAVÉS DE INTEGRAÇÃO

Abrão Duarte Camacho<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Coronel (Mestre), Chefe do Departamento de Edição e Publicação na Academia Militar Marechal Samora Machel, Nampula, Moçambique.

### Resumo

O presente artigo faz uma abordagem sobre a importância do uso de Softwares Educativos (SE) *GeoGebra* no cálculo de integrais definidos. Para fundamentar este pressuposto fez-se uma pesquisa com o SE *GeoGebra* no cálculo de áreas de figuras irregulares através de integração. Quanto a abordagem, a pesquisa é qualitativa, na perspectiva de proporcionar uma base contextual mais rica de interpretação e validação dos resultados. A pesquisa decorreu na Academia Militar “Marechal Samora Machel”, no período compreendido entre 2015 – 2017. Foram ministradas aulas a 73 estudantes distribuídos em duas turmas seleccionadas, sendo 38 do curso de Blindados (turma de controlo) e 35 do curso da Marinha de Guerra (turma de experimentação) e foi aplicado um questionário a 11 docentes de Matemática. Dos resultados, verificou-se que usando o SE *GeoGebra* é possível abrir o horizonte dos estudantes no cálculo de integrais definidos. Quanto aos docentes, o estudo revelou a existência de docentes que nunca usaram SE nas suas actividades lectivas, outros nunca ouviram falar do *GeoGebra*, concluiu também que os docentes que usam os SE o fazem por iniciativa própria e não como parte de exigências ou obrigações de um conjunto de atribuições e objectivos do sistema educacional moçambicano.

**Palavras-chave:** Áreas, *GeoGebra*, *Softwares* Educativos.

### Abstract

This article approaches the importance of using *GeoGebra* Educational Software (SE) in the calculation of definite integrals. To support this assumption, a research was carried out with SE *GeoGebra* in the calculation of areas of irregular figures by means of integration. The research took place at the Marshal Samora Machel Military Academy, in the period between 2015 - 2017. Classes were given to 73 students distributed in two selected classes, 38 of the Armored course (control class) and 35 of the Navy course. Guerra (experimentation class) and a questionnaire was applied to 11 mathematics teachers. From the results it was found that using SE *GeoGebra* it is possible to open the horizon of students in the calculus of definite integrals. As for teachers, the study revealed the existence of teachers who have never used SE in their teaching activities, others have never heard of *GeoGebra*, it also concluded that teachers who use SE do so on their own initiative and not as part of requirements or obligations of a set of attributions and objectives of the Mozambican educational system. As for the approach, the research is qualitative and quantitative, with a view to providing a richer contextual basis for interpreting and validating the results.

**Keywords:** Areas, *GeoGebra*, Educational Software.

### Informações do Artigo

#### Histórico:

Recepção: 04 de Julho de 2022

Aprovação: 31 de Outubro de 2022

Publicação: 08 de Dezembro de 2022

### Contacto

Abrão Duarte Camacho ✉ abducam@gmail.com, abducam@gmail.com.br



## 1. Introdução

Apesar de a pesquisa estar focalizada ao uso de *Softwares* Educativos (SE) no ensino de Matemática, nos cingimo-nos no *GeoGebra* pois não seria possível testar as hipóteses usando muitos SE.

Portanto, a aprendizagem do cálculo de áreas de figuras irregulares, através de integração, tem suscitado muitas dificuldades para os estudantes do ensino superior, uma vez que na introdução apenas são abordadas fórmulas e tabelas de integração.

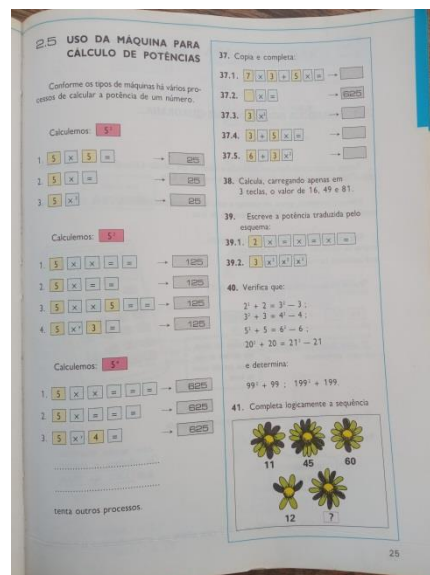
Num momento em que dispomos de vários recursos tecnológicos de ensino, é inexplicável que as aulas de Matemática continuem a ser centradas apenas na exposição e apresentação dos conteúdos, na memorização de exercícios e fórmulas, pois essa metodologia dificilmente estimula a aprendizagem dos estudantes.

No entanto, os computadores, máquinas calculadoras, assim como gráficas, *tabletes*, *smartphones*, réguas de cálculo têm-se mostrado, de forma cada vez mais frequente, como meios auxiliares ao Processo de Ensino-Aprendizagem (PEA) em geral e, em particular, para a disciplina de Matemática, para o caso de computadores, através de *Softwares* Educativos (SE). Apesar deste desenvolvimento tecnológico, os manuais de Matemática produzidos pelo Ministério de Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH) bem como os currículos dos diferentes subsistemas de ensino não recomendam o uso destas ferramentas.

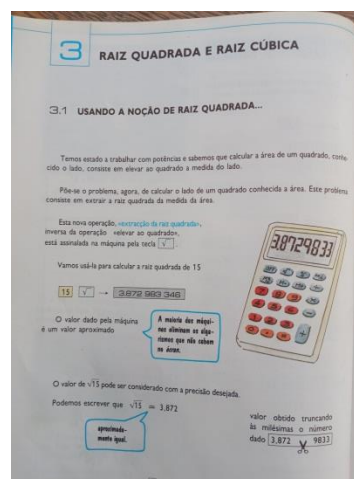
Portugal, na sua reforma curricular do ensino básico, concebida em 1992, tem explícito, nos programas de ensino, a importância da utilização de máquinas calculadoras. Estas recomendações de uso de calculadoras podem ser vistas nos manuais escolares de Portugal, editados e

publicados por alguns autores, tais como (Cruz, 1994), como mostram as Figuras 1 e 2.

**Figura 1:** uso de máquina calculadora para o cálculo de potência.



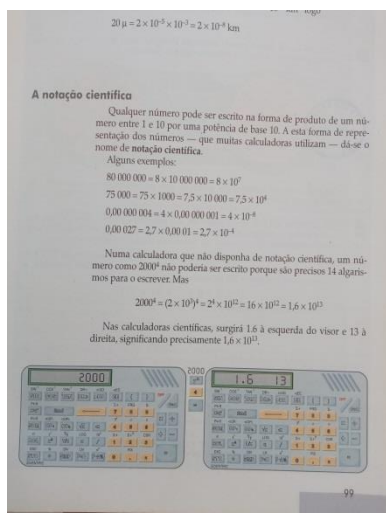
**Figura 2:** Uso de máquina calculadora para o cálculo de raiz quadrada e cúbica.



Ainda, para o mesmo propósito, (Arbantes & Carvalho, 1993), no seu livro escolar, enfatizam o uso de máquinas calculadoras, como mostra a Figura 3.

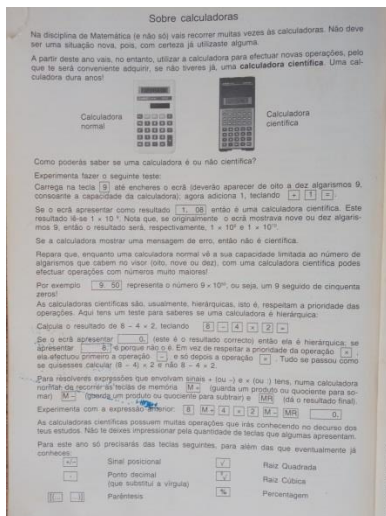


**Figura 3:** Uso de máquina para notação científica.

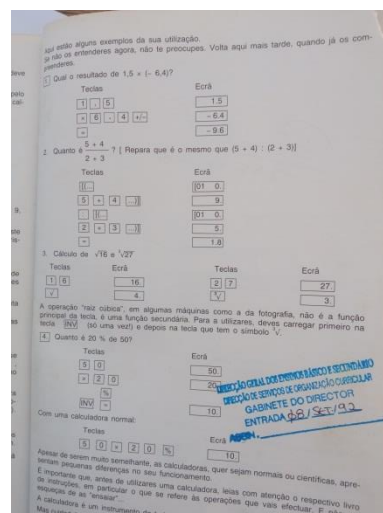


O pensamento de uso de meios auxiliares nas disciplinas de cálculo é partilhado com maior ênfase pelos autores [Pestana et al \(1992\)](#). Estes até esclarecem como usar as calculadoras, como se pode ver nas Figuras 4 e 5.

**Figuras 4:** Sobre o uso de máquina calculadora



**Figuras 5:** Sobre o uso de máquina calculadora



Na visão de Barbosa e Penteado (2007, cit. em [Ferreira, 2013](#)), no Brasil, a introdução de SE nas escolas, trouxe inúmeros debates que, tiveram início no I Seminário Nacional de Informática Educativa, realizado em 1981. Neste ano, foram aceites medidas para acelerar a implantação de SE nas escolas e foram criados projectos como o COMputadores na EDUcação (Educom) e o Programa Nacional de Informática na Educação (Proninfe).

Ainda de acordo com [Ferreira \(2013\)](#), depois de 2 anos, portanto, em 1983, foi lançado pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) e pela Secretaria Especial de Informática, o projecto computadores na educação com o objectivo de criar centros pilotos em universidades brasileiras a fim de assegurar pesquisas sobre as aplicações do computador na educação. Participaram do projecto 5 universidades, a saber: Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e a Universidade de Campinas (UNICAMP).



Portanto, a introdução de um novo dado num sistema exige a formação do capital humano para adequar à nova realidade. Foi nessa óptica que o Ministério da Educação e Cultura do Brasil ao introduzir o uso do computador submeteu os professores a capacitações na área de informática. Segundo a mesma fonte “... Elas produziram trabalhos precursores sobre formação de recursos humanos no campo da informática educativa apontando consequências da inserção do computador no ensino das disciplinas, tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio” (p.18).

Como forma de acelerar a introdução de TIC's, no Sistema Educacional do Brasil, foram criados 3 projectos com o mesmo propósito, designadamente: a) COMputadores na EDUcação (Educom), b) Programa Nacional de Informática na Educação (Proninfe) e c) Centros de Informática Educacional (CIEDs), de acordo com Borba e Penteado (2007, cit. em [Ferreira 2013](#)):

esses três projetos, concebidos na década de 80, deram o embasamento ao programa governamental de 1997. Nesse ano foi lançado, pela Secretaria de Educação a Distância (SEED), o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO). Seu propósito era o de incentivar e contribuir para a introdução da tecnologia informática no ensino fundamental e médio em todo o território nacional (p. 19).

Com o objectivo de estimular o desenvolvimento do processo de informatização das escolas, o MEC estabeleceu parcerias com empresas, governos estaduais e municipais, outros ministérios e organizações não-governamentais. Como exemplo dessa parceria, originou-se o Programa Telecomunicações, recorrendo aos recursos do Fundo de Universalização dos Serviços de Telecomunicações (FUST), com a intenção de equipar os colégios com computadores, a princípio,

um computador para cada grupo de 25 alunos (p.19).

Esta experiência do Brasil devia ser capitalizada pelos Ministérios de Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH) e de Ciência e Tecnologia, Ensino Superior e Técnico Profissional (MCTESTP), caso, um dia, o sistema educacional moçambicano entenda introduzir os SE no PEA, ministrando seminários de capacitação para os professores de Matemática e introduzindo uma disciplina de Informática ou Laboratório nos cursos de formação de professores onde, para além de mostrar as vantagens do uso destas ferramentas computacionais, se aprenderia a trabalhar com diferentes SE de Matemática.

Assim, esta pesquisa, cujo tema é: Uso de *Softwares* Educativos no ensino de Matemática: caso do *GeoGebra* no cálculo de áreas de figuras irregulares através de integração. Pretende fazer um estudo sobre o uso de SE *GeoGebra*, como uma ferramenta facilitadora na aprendizagem do cálculo de integrais definidos, ou áreas de figuras irregulares definidas por funções.

Embora a intencionalidade do estudante em aprender seja algo voluntário, há mecanismos que podem estimular esta acção, daí que apontamos o uso de SE, desta feita o *GeoGebra*, na sala de aulas, como uma estratégia de ensinar e aprender o cálculo de áreas de figuras irregulares através de integração.

A problemática de pesquisa assenta, fundamentalmente, na forma como é transmitido o conteúdo de Integral definido, aos estudantes do ensino superior, uma vez que muitos professores valorizam mais o uso de algoritmos e tabelas de integração imediata, sem fazer um aprofundamento geométrico do conceito. Ou seja, a aprendizagem do Integral é feita, muitas vezes, de forma mecânica, contribuindo de certo modo para o surgimento de várias





dificuldades no desenvolvimento deste conceito. Desta forma, com a intenção de alterar a situação prevalecente sobre o ensino de integrais definidos, o estudo buscou responder ao seguinte problema de pesquisa: Que resultados podem ser esperados com o uso do SE *GeoGebra* na aprendizagem de integrais definidos?

## 2. Software Educativo

Segundo [Teixeira e Brandão \(2003\)](#), cit. em Lucena, 1992), *Software* Educacional “é todo aquele programa que possa ser usado para algum objectivo educacional, pedagogicamente defensável, por professores e alunos, qualquer que seja a natureza ou finalidade para o qual tenha sido criado”. (p. 3).

Segundo [Silva, et al. \(2020\)](#), com os SE o ensino ganha novas ferramentas que auxiliam o PEA. Mas, o papel do professor continua a ser fundamental, que passa a ser o moderador que acompanha, instiga e motiva o estudante a aventurar-se no acto de aprender.

Portanto, apesar de apresentarmos uma proposta de introdução de SE, no PEA, a presença do professor na sala de aula é indispensável, cabendo a ele a mediação do processo. Neste sentido, requiere muito domínio por parte dos dois intervenientes no PEA (docente e estudante).

O uso de SE vem sendo praticado já há bastante tempo nos sistemas educacionais, segundo Valente (1999b, cit. em [Cocco & Pertile](#)):

as primeiras experiências do uso do computador na educação surgiram na mesma época em que se iniciou a compra e venda dos primeiros equipamentos, isso por volta da década 50. Esses equipamentos eram novidade e foram usados para armazenar e transmitir conhecimentos em uma determinada sequência ao aluno (p. 3).

Apesar dos SE terem sido concebidos há mais de 70 anos atrás, o sistema educacional moçambicano ainda está distanciado do seu uso, porém a rejeição ou a não sistematização do uso ocorre somente nas disciplinas que usam cálculo, como é o caso da Matemática, pois, nos nossos dias, verifica-se com muita frequência cursos que são ministrados com suporte, em larga escala, de ferramentas computacionais. Por exemplo, na Academia Militar Marechal Samora Machel, muitas aulas dos cursos da Marinha de Guerra e Piloto Aviador são leccionadas com auxílio de simuladores de navegação marítima e aérea, respectivamente.

### 2.1. *GeoGebra*

É um *software* de Matemática dinâmico e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Este e tem recebido vários prémios na Europa e EUA (fonte: <https://www.GeoGebra.org/cms/pt-BR/info/13-what-is-GeoGebra>). De acordo com esta fonte:

A versão inicial do aplicativo *GeoGebra* foi criada no final de 2001, por Markus Hohenwarter, que desde então tem liderado o desenvolvimento do aplicativo. Esta ferramenta computacional é muito poderosa sob ponto de vista de resolução de conteúdos matemáticos que envolvem muitos cálculos. O objectivo principal do *GeoGebra* é dinamizar o estudo da geometria e da álgebra (o que eventualmente levará à exploração também de recursos da aritmética), de modo a facilitar a investigação e o aprendizado de diversos conceitos matemático. Graças à tais características que possui, o aplicativo pode ser utilizado como recurso pedagógico, em



diferentes níveis e modalidades de ensino da Matemática.

São essas valências do SE *GeoGebra* que fizeram com que fosse escolhido para este estudo, pois, num único *software* estão aglutinados comandos para o cálculo de geometria, álgebra, estatística e aritmética.

## 2.2. O uso do *GeoGebra* pelos professores de Matemática

De acordo com [Huillet \(2013\)](#), O *GeoGebra* pode ser usado por professores de Matemática de três maneiras diferentes: inserir figuras em textos, fazer demonstrações, planificar e orientar o trabalho dos estudantes na sala de aulas.

Portanto, de acordo com Huillet, prova-se que o SE *GeoGebra* é uma verdadeira ferramenta computacional que, segundo as suas capacidades, pode ser amplamente usado como um meio auxiliar no PEA da disciplina de Matemática.

## 3. Historial de Integral definido

De acordo com [Baron e bos \(1985\)](#), “Newton compreendeu a integração como a tarefa de achar as quantidades fluentes para as fluxões dadas. No seu cálculo, o teorema fundamental – a relação inversa entre a diferenciação e a integração – está, portanto, contido na definição de integração” (p.71).

[Baron e bos \(1985\)](#) referem que Leibnez definiu a integração como somatória. Portanto, no seu cálculo, a relação inversa entre diferenciação e integração não está contida na definição de integração.

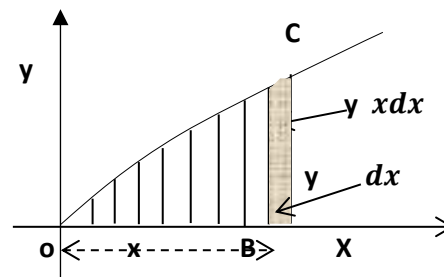
Leibnez, citado por [Baron e Bos \(1985\)](#), enfatiza ainda mais para mostrar claramente que integrar é sinónimo de somar, fazendo as seguintes demonstrações:

a soma, ou integral,  $\int ydx$  é a soma de rectângulos infinitamente pequenos  $yxdx$ , portanto  $\int ydx$  é a área da curva  $y(x)$ .

Leibnez não indica o intervalo de integração. Portanto as fórmulas não explicitam as constantes de integração Normalmente a fronteira esquerda é a origem e  $\int ydx$  indica a área entre 0 e  $x$ . (p.60).

Como se pode visualizar na Figura 6.

Figura 6: Demonstração de Leibnez



Fonte: [Baron \(1985\)](#).

É este procedimento de cálculo de integrais definidos que se evidenciou neste trabalho através do SE *GeoGebra*, usando os comandos *SomaSuperior* e *SomaInferior*.

## 4. As Tecnologias de Informação e Comunicação

### 4.1. Na educação

As TIC's, na Educação, não aparecem para substituir o papel do professor, mas sim para auxiliar o PEA, saindo desta forma do sistema de educação tradicional, onde o professor era o detentor do conhecimento e o aluno simples recipiente. Elas promovem interações entre os principais fazedores do PEA (docente e estudante), com a finalidade última de melhorar o rendimento pedagógico dos estudantes. Esta linha de pensamento é partilhada por Valente (1999b, cit. em [Santos, 1999](#)). Em relação à informática, pesquisas têm mostrado que sua utilização constitui uma poderosa ferramenta na superação de várias dificuldades do aprendizado. O interesse da informática educativa não é o computador



como objecto de estudo, mas como meio para adquirir conhecimentos.

#### 4.2. No ensino da Matemática

É importante que os professores de Matemática saibam que as TIC's devem ser usadas como meios auxiliares do PEA para trazer melhores resultados escolares e o mais importante ainda é saber enquadrá-las nesse processo.

#### 5. Metodologia

Para a concretização dos objectivos deste trabalho, optou-se pelo modelo de pesquisa experimental que, segundo [Gil \(1999\)](#), consiste em “determinar um objecto de estudo, seleccionar as variáveis que seriam capazes de influenciar e definir as formas de controlo dos efeitos que a variável produz no objecto” (p.66). Portanto, nesta pesquisa, temos como objecto os integrais definidos e como variável o SE *GeoGebra*.

De acordo com Ki-Zerbo, cit. em [Gerdes \(1991\)](#), “toda a renovação educacional em África deve ser baseada na investigação” (p.5). Decorrente desta citação, o autor deste trabalho pretende analisar o rendimento pedagógico dos estudantes com a introdução do SE *GeoGebra* como um recurso auxiliar no cálculo de integrais definidos com a finalidade de incentivar a incorporação destas ferramentas no sistema educacional moçambicano, caso os resultados se mostrem satisfatórios.

De acordo com o tipo de pesquisa, privilegiou-se a revisão bibliográfica, com maior destaque para a consulta de *sites*, entrevista aos professores de Matemática e leccionação de aulas usando a ferramenta computacional *GeoGebra*.

A pesquisa envolve duas variáveis: i) quantitativa (notas dos alunos no pré-teste e pós-teste) e ii) qualitativa (respostas dos docentes). Para análise dos resultados da variável quantitativa, recorreu-se ao *Teste t-student* para amostras independentes através de SPSS<sup>1</sup>

Uma vez que se pretende avaliar o efeito da introdução de SE *GeoGebra* no ensino da Disciplina de Matemática, entende-se que um dos principais indicadores do rendimento pedagógico dos estudantes são as notas, daí a comparação das médias das duas turmas (de experimentação e de controlo), por um lado e, por outro, considerando que os docentes são o pilar do PEA, achamos importante ouvir o posicionamento destes em relação à introdução de *softwares* Educativos, no geral, e do *GeoGebra*, em particular.

#### 5.1. Universo e amostra

A população alvo da pesquisa foi constituída por estudantes do 1º ano da Academia Militar Marechal Samora Machel (AM). Não sendo possível abarcar todo o universo, foi extraída, de forma aleatória, uma amostra constituída por duas turmas, sendo uma de controlo e outra de experimentação, como mostra a Tabela 1.

**Tabela 1:** Amostra

Amostra		
Turma de controlo	Turma de experimentação	Total
Curso de Blindados: 38 estudantes	Curso da Marinha de Guerra A: 35 estudantes	73 estudantes

<sup>1</sup> *Statistical Package for the Social Sciences* - pacote estatístico para as ciências sociais



A escolha da amostra deveu-se ao facto de os estudantes da AM, no seu plano de estudos da disciplina de Análise Matemática II (A102), aprendem integrais definidos.

Para além dos 73 estudantes, constituem amostra da pesquisa 11 docentes de Matemática da AM.

## 5.2. Recolha de dados

Como foi referenciado no ponto anterior, foram seleccionadas aleatoriamente duas turmas do 1º Ano da AM, sendo a do Curso de Blindados de controlo e a do Curso de Marinha de Guerra A de experimentação, num total de 73 estudantes distribuídos como mostra a Tabela 1, para além de entrevista a 11 docentes de Matemática. A entrevista a docentes foi mais para perceber a partir deles a concepção do uso de SE, no geral, e do *GeoGebra*, em particular no ensino da disciplina de Matemática.

## 5.3. Descrição de metodologia de pesquisa

Na turma de controlo, Curso de Blindados, as aulas foram ministradas por um outro docente, cabendo ao autor desta pesquisa participar como observador. O autor tomou esta posição para evitar viciar os dados a favor das hipóteses. Na turma de experimentação, Curso da Marinha de Guerra A, as aulas foram dadas pelo autor devido à introdução do uso do SE *GeoGebra*.

A turma de controlo teve aulas de integrais definidos sem recurso a qualquer SE, portanto, obedecendo aos algoritmos previamente definidos, tais como:  $\text{Área} = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  Teorema Fundamental de Cálculo Integral (TFCI) e  $\text{Área} = \int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{b-a}{n} f(x_i)$  Integral e Soma de Riemann como limite de uma soma.

Com efeito, a turma de experimentação, depois de ter aulas sobre o cálculo de integrais definidos obedecendo aos algoritmos previamente definidos, foi levada a uma das salas de Informática da Academia Militar Marechal Samora Machel, onde foram ministradas 6 aulas correspondentes a doze (12) horas, onde foram abordadas aulas sobre integrais definidos com recurso ao SE *GeoGebra*, como mostra a Figura 7.

**Figura 7:** Estudantes na Sala de Informática em aulas com recurso ao SE *GeoGebra*



## 6. Resultados

Em função da análise dos dados obtidos partindo dos testes (pré-teste e pós-teste) e do questionário ministrado aos 11 docentes no âmbito da pesquisa, a seguir apresentam-se os respectivos resultados:

### 6.1. Pré-teste

O pré-teste, que serviu para analisar o nível inicial de conhecimento das duas turmas, mostrou os resultados que constam das Tabelas 2 e 2.1.

Neste teste, constituiu matéria de avaliação os integrais indefinidos, pois os procedimentos são os mesmos, diferendo apenas as substituição dos limites de integração, por um lado e, por outro partiu-se do princípio de que este conteúdo já foi ministrado nas duas turmas na Análise Matemática I (A101).



**Tabela 2:** Resultados do pré-teste por turma

Estatísticas do grupo					
	Turma do estudante	N	Média	Desvio padrão	Média Padrão de erros
Nota do estudante pós-teste	Marinha (Experimental)	35	10,9429	1,32716	,22433
	Blindados (Controlo)	38	11,0789	1,32301	,21462

**Tabela 2.1:** Resultados do pré-teste por turma.

Teste de Amostras Independentes										
		Teste de Levene para Igualdade de Variâncias			Teste t para igualdade de médias					
		F	Sig.	t	df	Ass. caudas)	Diferença média	Diferença padrão de erro	Intervalo de Confiança de 95% da Diferença	
									Mais baixo	Superior
Nota do estudante e no pré-teste	Assumidas variâncias iguais	,125	,725	-,438	71	,662	-,13609	,31042	-,75505	,48287
	Não assumidas variâncias iguais			-,438	70,472	,662	-,13609	,31046	-,75521	,48303

Através do *software* SPSS, fez-se uma comparação de médias, tendo-se verificado, segundo as Tabelas 2 e 2.1, que os estudantes da turma de controlo obtiveram uma média de 11,0789, que é maior em relação à média da turma de experimentação fixada em 10,9429. Olhando para a Tabela 2.1 de teste de amostras independentes através do Teste de Levene para a igualdade de variâncias, assume-se que as variâncias são iguais, ou seja, sig. = 0,725 > 0,05. Também pode-se verificar, a partir da coluna do Teste-T para igualdade das médias, que a diferença das

médias das duas turmas não são estatisticamente significativas, isto é, sig. = 0,662 > 0,05, ou que as duas turmas tinham o mesmo nível de conhecimentos no pré-teste.

## 6.2. Pós-teste

O pós-teste serviu para verificar o efeito do uso do SE *GeoGebra*, no cálculo de integrais definidos. Os alunos da turma de experimentação fizeram o pós-teste sem recurso ao SE *GeoGebra*, pois ele, o SE, servia para tirar provas na resolução de exercícios de aplicação.

**Tabela 3:** Resultados do pós-teste por turma

Estatísticas do grupo					
	Turma do N.º	Média	Desvio padrão	Média	Padrão de erros
Nota do estudante no pós-teste	Marinha (Experimental)	35 13,228 6	2,03044	,34321	
	Blindados (Controlo)	38 10,578 9	1,63792	,26571	

**Tabela 3.1:** Resultados do pós-teste por turma

Teste de Amostras Independentes										
		Teste de Levene para Igualdade de Variâncias			Teste t para igualdade de médias					
		F	Sig.	t	df	Ass. (2-caud as)	Difere nça média	Difere nça padrão de erro	Intervalo de Confiança de 95% da Diferença	
Nota do estudante no pós-teste	Assumidas variâncias iguais	1,772	,187		71	,000	2,64962	,43023	1,79177	3,50748
	Não assumidas variâncias iguais			6,159	65,386	,000	2,64962	,43404	1,78288	3,51636

A turma de controlo obteve uma média de 10,58 e a turma de experimentação uma média de 13,23. Olhando para a Tabela 3.1 de teste de amostras independentes, através do Teste de Levene para a igualdade de variâncias, assume-se que as variâncias são iguais, isto é,  $sig. = 0,187 > 0,05$ . Mas, verificando a coluna do Teste-T para igualdade das médias,  $sig. = 0,00 < 0,05$ , conclui-se que há uma diferença significativa de médias das duas turmas num intervalo de confiança de 95%.

A partir dos resultados obtidos no pós-teste, pode-se dizer que as duas amostras apresentam diferenças significativas e que a

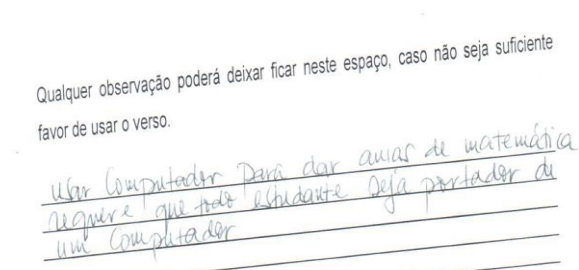
turma de experimentação obteve melhores resultados. Deste modo, pode-se afirmar claramente que, com o recurso ao SE *GeoGebra*, os estudantes da turma de experimentação obtiveram melhores resultados em relação à turma de controlo.

Quanto ao questionário ministrado a 11 docentes, verificou-se a existência de docentes que nunca usaram SE nas suas actividades e outros nunca ouviram falar do *GeoGebra*. Os poucos que usam fazem-no por iniciativa própria e não como parte de exigências ou obrigações de um conjunto de atribuições e objectivos do sistema educacional moçambicano.

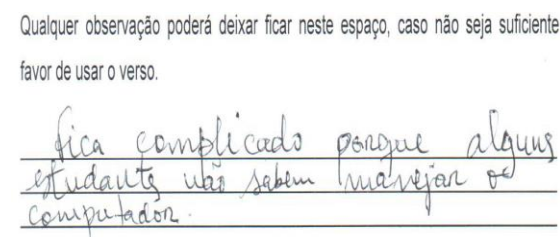


Esta análise é sustentada pelas Figuras 8, 9 e 10 dentre vários, das respostas dos docentes que mostram claramente o distanciamento destes em relação ao uso de *softwares* nas suas actividades lectivas.

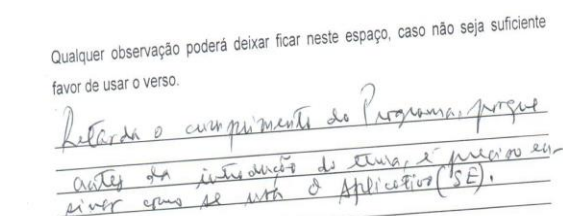
**Figura 8:** Resposta do docente 1



**Figura 9:** Resposta do docente 2



**Figura 10:** Resposta do docente 3



### 6.3. Construção do conceito Integral com auxílio do *GeoGebra*

Os resultados da pesquisa mostraram que usando o *software GeoGebra*, os estudantes foram capazes de representar graficamente as funções, identificar a região e os limites de integração e calcular o valor do integral por meio de aproximações sucessivas. Os recursos de interactividade apresentados pelo *GeoGebra* permitiram que os estudantes analisassem as características das funções

dadas e elaborassem conjecturas sobre o conceito integral como sendo a área de uma região limitada por uma curva num certo intervalo do seu domínio.

Verificou-se também que o *software GeoGebra* é um recurso didáctico para a aprendizagem da Matemática, em geral e, em particular, do integral, pois desperta nos estudantes a vontade de aprender e facilita a compreensão dos conceitos, o que contribui para uma boa aprendizagem. Deste modo, o docente pode usar o *GeoGebra* para leccionar o conceito de integral, ou seja, o cálculo de áreas de figuras irregulares definidas por funções.

Neste contexto, considerou-se a função quadrática  $y = x^2$ , definida no intervalo  $[0,4]$ . Calculou-se o valor do integral, usando uma ideia que se aproxima ao método de exaustão<sup>2</sup>, que é a aproximação da área pretendida através da soma de pequenas áreas de rectângulos.

Portanto, para calcular o valor do integral da função  $f(x)$  com auxílio do *GeoGebra*, no  $[0,4]$ , com soma, por exemplo, de 10 rectângulos, deve-se:

- inserir no campo de entrada de texto do *GeoGebra* a função  $y = x^2$ , para visualizar o gráfico da função (Figura 12).
- inserir no campo de entrada de texto do *GeoGebra* a palavra *SomaInferior* (basta introduzir esta palavra o *GeoGebra* vai automaticamente dar a seguinte opção *SomaInferior*[<Função>, <Valor Inicial-x>, <Valor Final-x>, <Número de Retângulos>]), portanto: *SomaInferior* [ $y = x^2$ , 0, 4, 10] (Figura 13). Depois de introdução destes dados, confirma-se com a tecla *Enter*. O *GeoGebra*, para além

<sup>2</sup> Esgotamento



de esboçar os 10 rectângulos sobre o gráfico, vai fornecer automaticamente o valor aproximado da área no  $[0,4]$

Este exercício pode também ser feito com o comando *SomaSuperior*, isto é, *SomaSuperior*[ <Função>, <Valor Inicial-x>, <Valor Final-x>, <Número de Retângulos> ],

Figura 11. Visualização da função  $y = x^2$

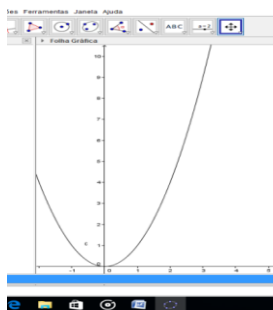


Figura 12. Cálculo aproximado da área debaixo da função  $y = x^2$  com 10 rectângulos

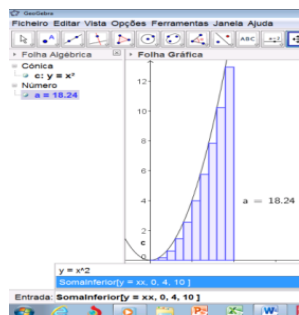
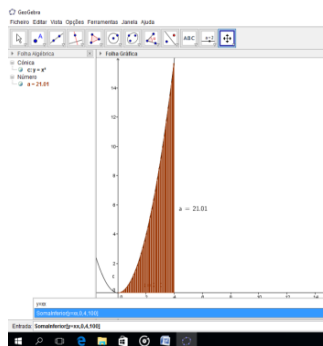


Figura 13. Cálculo aproximado da área debaixo da função  $y = x^2$  com 100 rectângulos



As Figuras 12 e 13 possibilitam a visualização das representações algébricas e gráficas da função  $y = x^2$ , no  $[0,4]$ , podendo, a partir deste exemplo, fazer-se perguntas orientadoras aos estudantes, tais como:

- O que acontece quando aumentamos ou diminuimos o número de rectângulos?
- Qual seria o número de rectângulos para que a *SomaInferior* ou *SomaSuperior* se aproxime cada vez mais da área exacta?
- Existe alguma restrição para o número de rectângulos?

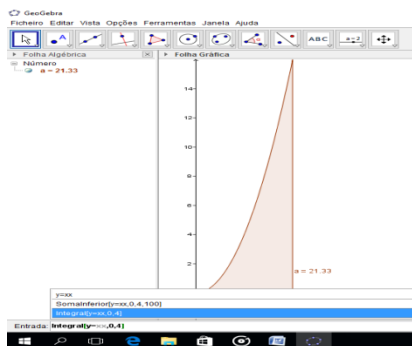
Com esta mediação, o estudante pode, a partir do *software GeoGebra*, interagir com o gráfico e reflectir sobre o comportamento da área abaixo da curva  $y = x^2$  no  $[0,4]$  ao diminuir ou aumentar o número de rectângulos. Portanto, irá verificar que quanto maior for o número de rectângulos maior é a aproximação do valor exacto da área da figura definida pela função.

Deste modo, para calcular o valor exacto da área insere-se, no campo de entrada de texto do *GeoGebra*, o comando Integral [ $y=xx,0,4$ ], que corresponde ao cálculo do integrar da função  $y = x^2$ , no  $[0,4]$ . Ao introduzir a palavra Integral no campo de texto do *GeoGebra*, aparece automaticamente o comando Integral [ <Função>, <Valor Inicial-x>, <Valor Final-x> ] e fazem-se as respectivas substituições, depois prime-se a tecla *Enter* e aparece o gráfico e o valor exacto da área (Figura 14).





**Figura 14:** Cálculo do integral da função  $y = x^2$  com auxílio do SE *GeoGebra*



Na soma superior, quanto maior for o número de rectângulos, o valor da área diminui e a soma das áreas dos pequenos rectângulos aproxima-se cada vez mais ao valor exacto da área da figura irregular definida pela função.

Através das Figuras 12 e 13, pode-se concluir que, a medida que o número de rectângulos aumenta, tanto na *SomaInferior* como na *SomaSuperior*, o valor das duas somas tende a ser o mesmo e a soma das pequenas áreas de rectângulos aproxima-se, cada vez mais, ao valor exacto da área total da figura irregular definida pela função. Portanto, pode-se concluir que a área correspondente ao valor do integral está compreendida entre a *SomaInferior* e a *SomaSuperior*, isto é, a *SomaInferior* < *Integral* < *SomaSuperior*.

Ao utilizar os comandos *SomaInferior* e *SomaSuperior*, para representar a área sob a curva expressa por uma função, explora-se o método de Arquimedes. De acordo com (Alves, 1985), “os primeiros rascunhos com base sólida para o cálculo iniciaram-se com Arquimedes. Dos tratados de Arquimedes que se ocupavam principalmente com o método de exaustão de Eudoxo<sup>3</sup> de Cnido

(408-355 a.C.) (isto é, cálculo integral), o mais popular era a *Quadratura da parábola*”.

Segundo Alves (1985):

quadrar uma figura, no sentido grego, é medir sua área, comparando com figuras cujas áreas são conhecidas. Por exemplo, podia-se indagar quantos quadrados cabiam dentro de certa área que se queria conhecer. Mas quadrar também poderia ser comparar determinadas áreas desconhecidas com áreas de outras figuras como o triângulo, como fez Arquimedes na quadratura da parábola (p. 2).

Portanto, de acordo com a demonstração de Leibnez (Figura 6), leva-nos a perceber que a soma dos rectângulos por baixo da curva se aproxima ao valor da área sob a curva. Assim, pode-se concluir que integral entende-se como sendo o cálculo de áreas de figuras irregulares definidas por funções, ou seja, a área de uma região limitada pelo eixo dos  $x$ , pelas rectas  $x = a$  e  $x = b$  e pelo gráfico da função  $f(x)$ , onde  $f$  é uma função contínua no intervalo  $[a, b]$ , isto é,

$$\int_a^b f(x)dx = Area.$$

## 7. Considerações finais

Resultante da ministração de aulas através da ferramenta computacional *GeoGebra* e do questionário ministrado a 11 docentes, chegou-se às seguintes conclusões:

O uso do SE *GeoGebra* aumentou de forma significativa o rendimento pedagógico dos estudantes no capítulo de cálculo de áreas, através de integração de figuras irregulares determinadas por funções;

O estudo revelou ainda a existência de docentes que nunca usaram SE nas suas actividades lectivas e outros nunca ouviram falar do *GeoGebra*, o que leva ao entendimento de que estes docentes não

<sup>3</sup> Individualidade metafísica da pessoa



acompanham a evolução das TIC's na Educação; é verdade que a culpa não recai sobre eles, mas sim sobre o sistema educacional nacional que não fomenta o uso destas ferramentas educativas no ensino da Matemática, como, hoje acontece em alguns países europeus e americanos;

Outra conclusão, não menos importante destacada nesta pesquisa, está relacionada com a necessidade de introdução de uma disciplina ligada ao ensino de uso de SE durante a formação de docentes de Matemática de todos os níveis de ensino, não só para facilitar o PEA de alguns conteúdos da disciplina de Matemática, como também para acompanhar o desenvolvimento tecnológico no mundo em geral e, na Educação, em particular, por um lado e, por outro lado, seria uma forma de preparar o formando, portanto o futuro profissional, para o mercado de trabalho tecnológico incontornável nos nossos dias;

Também concluiu que os docentes que usam os SE fazem-no por iniciativa própria e não como parte de exigências ou obrigações de um conjunto de atribuições e objectivos do sistema educacional moçambicano;

A pesquisa concluiu igualmente que os SE têm o poder de passar os conhecimentos para o estudante, com o auxílio do docente, fazendo com que o aprendizado se torne mais fácil, prático, divertido e convidativo. E, em nenhum momento, os SE poderão substituir o docente, como muitos docentes pensam; Finalmente, o estudo concluiu que o ensino com recurso aos SE requiere o domínio de TIC's pelos principais intervenientes (docente e estudante) do PEA para flexibilizar o aprendizado e ainda requiere recursos materiais (computadores, data-shows, telas, energia eléctrica), daí que o seu uso está condicionado à existência destes equipamentos.

## 8. Referências

- Alves, Luana Lopes dos Santos. (1985). *Derivadas como no tempo de Newton e Leibniz. Curso de Matemática*. Editora Universidade Católica de Brasília.
- Arbantes, Paulo & Carvalho, Raul Fernando. 1993. *A Aventura Matemática 8º ano*. Texto Editora, Lda.
- Baron, Margaret & Bos, H.J.M. (1985). *Curso de História da Matemática. Origem e Desenvolvimento do Cálculo*. Editora Universidade de Brasília.
- Bianchini, Barbara Lutaif & Puga, Leila Zardo. (2004). Equações e Inequações: Uma abordagem a partir da utilização de duas ferramentas tecnológicas.
- Cenci, Danielle & Bonelli, Sônia Maria de Souza. (2012). *Critérios para avaliação de softwares educacionais*. IX ANPED sul. Seminário de pesquisa em educação da região sul, [online]. (www.uces.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/.../906).
- Cocco, Vanderléa Maria & Pertile, Solange. *O Uso dos Softwares Educacionais como Auxílio no Processo de Ensino-Aprendizagem da Ortografia no 5º ano do Ensino Fundamental*.
- Cruz, Amábia, et al, (1994). *Matemática. 7º Ano de escolaridade*. Porto editora.
- Cunha, Mário César. (2009). *Um ambiente virtual de aprendizagem para o ensino médio sobre tópicos de geometria analítica plana*. Universidade Federal de São Carlos.
- D'ambrosio, Ubiratan. (1998). *Etnomatemática – Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer*. 5ª ed. Editora África. São Paulo.
- Da Silva, Flávio Medeiros; Pitangui, Cristiano e Oliveira, Thiago R. (2020). *As potencialidades dos softwares educacionais no processo de alfabetização*
- Dosciati, André; Piva, Claudia. Dorneles, Lecir Dalabrida, et al. *Softwares livres potenciais para o ensino de*



- matemática. [online]. (www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/.)
- Ferreira, Fernanda Pires. (2013). *O uso das TIC nas aulas de matemática na perspectiva do professor*.
- Figueiredo, Elisandra Bar. Siple, Ivanete Zuchi. Longen, Luís Gustavo, et al. (2013). *Integral Definido: Um recurso tecnológico para o professor*. [online]. (www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/799/903).
- Gerdes, Paulus. (1991). *Etnomatemática – Cultura, Matemática*. Edição ISP. Maputo – Moçambique.
- Gil, António Carlos. (1999). *Métodos e Técnicas de pesquisa Social*. 5ª ed. São Paulo. Atlas.
- <http://queconceito.com.br/software>.
- <http://queconceito.com.br/software-educativo>.
- [https://www.GeoGebra.org/cms/pt\\_BR/info/13-whot-is-GeoGebra](https://www.GeoGebra.org/cms/pt_BR/info/13-whot-is-GeoGebra).
- <https://www.significados.com.br/software/>.
- Huillet, Danielle. (2013). *Ensinar Geometria usando GeoGebra*.
- Kaplan, Bonnie & Duchon, Dennis. (2017). Combining qualitative and quantitative methods in information systems research: a case study. *MIS Quarterly*, 12(4), p. 571-586, Texto Editores, 3ª ed.
- Lucas, Rodrigues Dantas. (2009). *GeoGebra e moodle no ensino de geometria analítica, mestrado profissional em ensino de Ciências Exatas*.
- Pestana, Ana Maria, et al. (1992). *Matemática 7º ano – 3º ciclo*. Raiz Editora, Lda.
- Singo, Felix & Zavale, Cardoso. (2017). *Tecnologias de Informação e Comunicação 10ª Classe*.
- Teixeira, Adriano Canabarro1 e Brandão, Edemilson Jorge Ramos. (2003). *Software Educacional: O Difícil Começo*. [online]. (<https://www.researchgate.net/publication/228547115>).
- Torres, João & Brocardo, Joana. (2015). *As Tecnologias na Aula de Matemática: Conceções e Práticas de Ensino de Professores*, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. [online]. (<http://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/11412>).
- Vesce, Gabriela E. Possolli, Softwares Educacionais [online]. (<http://www.infoescola.com/autor/gabriela-e-possolli-vesce/66/>).
- Viera, Luciana Salles. (1998). *Uso da Informática na criação de ambientes integrados de Aprendizagem*. IV Congresso RIBIE, Brasília. [online]. Disponível na internet via [www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie98/242.html](http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie98/242.html).